

## Урок 5

**Тема уроку: Геометрична прогресія, її властивості. Формула n-го члена геометричної прогресії.**

Підручник Алгебра 9 клас Мерзляк §3, п. 18.

Добрий день, мої любі!

На цьому уроці ви повинні опанувати одну з числових послідовностей – це геометрична прогресія, вивчити її властивість і формулу n-го члена геометричної прогресії.

Але спочатку перевіримо самостійну роботу 1 і домашнє завдання!

*Самостійна робота 1:* 1.  $a_{10} = 33$ ,  $S_{16} = 456$ ; 2. 34; 3. 2976.

*Домашня робота.* №16.6(3): – 101; №17.6: 490; № 17.8: 1703.

Високий і достатній рівень. №16.21: 16; № 16.24: 2,2; 0,4; – 1,4; – 3,2.

Тепер можна розібрати нову тему.

Розглянемо числові послідовності:

1) 2; 4; 8; 16; ...

2) 9; 3; 1;  $\frac{1}{3}$ ; ...

3) 1; – 2; 4; – 8; ...

Яку закономірність ви бачите у кожній послідовності? Як отримали кожне наступне число в 1), 2) та 3) послідовностях? Можна побачити, що в першій послідовності множили на 2 кожне попереднє число, щоб отримати наступне. У другій множили на  $\frac{1}{3}$ , у третій – на (– 2). Отже послідовності, в яких для отримання наступного числа попереднє множать на одне і теж число називають **геометричною прогресією**. Її позначають  $(b_n)$ . Число, на яке множать, називають **знаменником** і позначають буквою  $q$ . Щоб знайти знаменник, треба поділити наступне число на попереднє. Тобто  $q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = \dots = b_{n+1} : b_n$ . Якщо подивитись на нашу першу геометричну послідовність, то  $q = 4 : 2 = 2$ . Знаменник може бути як додатнім так і від'ємним числом! І це видно з нашої третьої геометричної прогресії  $q = -2 : 1 = -2$ .

Розглянемо **властивість** геометричної прогресії. Нехай нам дані три послідовних члени геометричної прогресії. Наприклад  $b_1, b_2, b_3$  тоді  $b_2^2 = b_1 \cdot b_3$ . В загальному вигляді

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1} \quad (1)$$

Наприклад, з другої геометричної прогресії візьмемо три послідовних числа 9; 3; 1. Маємо  $3^2 = 9 \cdot 1$  – вірно, бо  $9 = 9$ . Візьмемо інші три послідовних числа 3; 1;  $\frac{1}{3}$ . Маємо  $1^2 = 3 \cdot \frac{1}{3}$  – вірно, бо  $1 = 1$ .

Щоб знайти будь-який член геометричної прогресії достатньо знати  $b_1$  та  $q$ . Формула для знаходження n-го члена геометричної прогресії має вигляд

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}. \quad (2)$$

**Попрацюємо з підручником стор. 179**

**№18.10**

Дано:  $(y_n)$  – геометрична прогресія,  $y_1 = 64$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ .

Знайти:  $y_3, y_6, y_{10}$ .

Розв'язання:

За формулою (2)  $y_3 = y_1 \cdot q^{3-1} = y_1 \cdot q^2 = 64 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 64 \cdot \frac{1}{4} = \underline{16}$ ;

$y_6 = y_1 \cdot q^5 = 64 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = 64 \cdot -\frac{1}{32} = \underline{-2}$ ;  $y_{10} = y_1 \cdot q^9 = 64 \cdot \frac{1}{512} = \frac{1}{8}$ .

**№18.13.** Знайдіть знаменник і п'ятий член геометричної прогресії  $\frac{1}{216}, \frac{1}{36}, \frac{1}{6}, \dots$

Розв'язання:

З даної умови  $b_1 = \frac{1}{216}$ ,  $b_2 = \frac{1}{36}$ ,  $b_3 = \frac{1}{6}$ . Отже, щоб знайти знаменник треба друге число поділити на перше або третє поділити на друге. Візьмемо другий варіант, бо там менші числа.

$$q = b_3 : b_2 = \frac{1}{6} : \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \cdot \frac{36}{1} = \underline{6}.$$

Щоб знайти п'ятий член геометричної прогресії, скористаємось формулою (2).

Маємо  $b_5 = b_1 \cdot q^4 = \frac{1}{216} \cdot 6^4 = \frac{1}{6^3} \cdot 6^4 = \underline{6}$ .

**№18.23** Виразіть члени  $b_8, b_{13}, b_{60}$  геометричної прогресії  $(b_n)$  через  $b_7$  і знаменник  $q$ .

Розв'язання:

Виразимо  $b_{60}$ . З формули (2)  $b_7 = b_1 \cdot q^6$  і  $b_{60} = b_1 \cdot q^{59} = b_1 \cdot q^{6+53} = b_1 \cdot q^6 \cdot q^{53} = b_7 \cdot q^{53}$ . Інші члени виразіть самостійно.

**№18.25(1).**

Дано:  $b_1 = \frac{1}{2}$ ,  $b_8 = 64$ .

Знайти:  $q$ .

Розв'язання: з формули (2)  $b_8 = b_1 \cdot q^7$ . Звідси  $q^7 = b_8 : b_1 = 64 : \frac{1}{2} = 64 \cdot 2 = 128 = 2^7$ . Отже  $q = \underline{2}$ .

**№18.33(3).** Дано:  $(b_n)$  – геометрична прогресія,  $b_{16} = 2$ ,  $b_{18} = 10$ .

Знайти:  $b_{17}$ .

Розв'язання: за формулою (1)  $b_{17}^2 = b_{16} \cdot b_{18} = 20$ , отже  $b_{17} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ .

**Домашнє завдання:** Підручник § 3, п.18. Виконати №18.12, 18.14, 18.26.

**Наснаги вам!**